

Авторский перевод статьи “Makarieva A.M., Gorshkov V.G. (2009) Condensation-induced kinematics and dynamics of cyclones, hurricanes and tornadoes. Physics Letters A, 373, 4201-4205.” Оригинальный английский текст здесь:

<http://www.bioticregulation.ru/pubs/absn.php?ref=pla09b&lang=ru>

Конденсационная кинематика и динамика циклонов, ураганов и смерчей

А.М. Макарьева, В.Г. Горшков

Аннотация

Получено уравнение для радиальной, тангенциальной и вертикальной скоростей ветра в циклонах, ураганах и смерчах в зависимости от расстояния от центра ветровой структуры, энергетика которых определяется конденсацией водяного пара. Теоретические результаты для профилей перепада давления, скоростей ветра, радиусов ветровой стены, глаза урагана и смерча, максимальных значений радиальных, тангенциальных и вертикальных скоростей ветра находятся в согласии с эмпирическими данными.

1. Введение

Конденсация водяного пара в верхней холодной области атмосферы приводит к падению в ней давления воздуха и засасыванию влажного воздуха в акцепторную область интенсивной конденсации из донорных областей с менее интенсивной конденсацией. Водяные пары, испарившиеся в донорных областях поступают в нижних слоях атмосферы в акцепторную область, где конденсируются, усиливая дальнейшее падение давления в последней.

Освободившийся от водяных паров сухой воздух в верхних слоях атмосферы акцепторной области опускается в донорной области. Возникающая при этом область линейной циркуляции атмосферы, включающей акцепторную и донорную области, имеющая линейные размеры порядка нескольких тысяч километров, количественно рассмотрена в [1, 2].

В этой работе на основании конденсационной динамики получены уравнения для центрально-симметричных областей атмосферной циркуляции — ветровых структур циклонов, ураганов и смерчей. Показано, что эти центрально

Авторский перевод статьи “Makarieva A.M., Gorshkov V.G. (2009) **Condensation-induced kinematics and dynamics of cyclones, hurricanes and tornadoes.** Physics Letters A, 373, 4201-4205.” Оригинальный английский текст здесь:

<http://www.bioticregulation.ru/pubs/absn.php?ref=pla09b&lang=ru>

симметричные ветровые структуры не могут иметь радиальные размеры (величины максимального радиуса атмосферной циркуляции), превосходящие 1500 км. При больших размерах они разрушаются в начале их образования, не зависящим от скорости ветра турбулентным трением о земную поверхность [2]. В этом случае интенсивная конденсация приводит к линейной циркуляции воздуха между акцепторной и донорными областями с постоянной скоростью ветра, рассмотренными в [1, 2].

2. Центрально симметричная ветровая структура

Рассмотрим сначала инерциальную цилиндрическую систему, в которой в горизонтальном круге радиуса L происходит конденсация водяных паров. Как показано в [2], изменение давления Δp , связанное с конденсацией, определяется соотношением:

$$\Delta p = p_{\text{H}_2\text{O}} \left(1 - \frac{\Gamma_{\text{H}_2\text{O}}}{\Gamma} \right) \equiv \rho \frac{u_m^2}{2}, \quad u_m^2 \equiv \frac{2\Delta p}{\rho}, \quad (1)$$

где $p_{\text{H}_2\text{O}}$ — парциальное давление водяного пара, $\Gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 1,2 \text{ К/км}$ и Γ — критический и наблюдаемый отрицательный вертикальный градиент температуры воздуха. При $\Gamma = \Gamma_{\text{H}_2\text{O}}$ насыщенный водяной пар находится в аэростатическом равновесии во всем атмосферном столбе, и конденсация водяного пара не происходит. Скорость u_m представляет собой основной масштаб скорости ветра.

При конденсации водяного пара внутри круга радиуса L в нем происходит падение давления воздуха, и воздух внутри круга L начинает поступать через окружность радиуса $r < L$ к центру круга с радиальной скоростью u и выходя из круга вверх с вертикальной скоростью w . Интегральное уравнение непрерывности соответствует тому, что горизонтальный поток воздуха со скоростью u входит через круговую стену длиной $2\pi r$ и высотой h и выходит вверх со скоростью w через круг площадью πr^2 :

$$2\pi h r u(r) = 2\pi \int_0^r r' w(r') dr', \quad (2)$$

где h — высота, на протяжении которой происходит конденсация водяного пара. Скорость $w(r)$ представляет собой усредненную по высоте вертикальную скорость ветра. Для упрощения выкладок мы пренебрегли относительным изменением плотности воздуха с изменением радиуса r , которое во всех типах атмосферной циркуляции не превосходит 5%. Дифференцируя по r обе части равенства (2), получаем связь между скоростями $u(r)$ и $w(r)$:

$$w(r) = \frac{h}{r} u(r) \left(1 + \frac{r}{u(r)} \frac{du(r)}{dr} \right). \quad (3)$$

Падение давления по горизонтали определяется конденсацией водяного пара по вертикали. Скорости этих процессов должны совпадать: $\frac{dp}{dr} u(r) = \frac{\Delta p}{h} w(r)$.

Отсюда, используя (3), получаем следующее основное соотношение:

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\Delta p}{h} \frac{w(r)}{u(r)} = \Delta p \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{u} \frac{du}{dr} \right). \quad (4)$$

Зависимость горизонтальной скорости u от радиуса определяется уравнением Эйлера для линий тока, идущих по радиусу внутрь области атмосферной циркуляции, имеющим вид:

$$\frac{1}{2} \rho \frac{d(u^2 + w^2)}{dr} = -\frac{dp}{dr} + f_T, \quad f_T = c_D \frac{\rho u^2 + w^2}{h} + \rho g z_T \frac{1}{h}, \quad u^2 \geq 0, \quad u^2(L) = 0, \quad (5)$$

где f_T — сила сопротивления турбулентного трения, действующая на единицу объема (размерность $\text{Нм}^{-3} = \text{Дж} \cdot \text{м}^{-4}$), равная сумме аэродинамического трения, пропорционального квадрату полной скорости u , и не зависящего от скорости турбулентного трения о земную поверхность [2], c_D — аэродинамический коэффициент сопротивления ($c_D = \frac{1}{2} h/L$) [2], z_T — средняя шероховатость земной поверхности [2]. Среднеглобальное значение $z_T \sim 0,2$ м [2].

Во всех центрально симметричных ветровых структурах вертикальная скорость $w < u$, и мы не будем добавлять ее в аэродинамическое сопротивление,

Авторский перевод статьи “Makarieva A.M., Gorshkov V.G. (2009) Condensation-induced kinematics and dynamics of cyclones, hurricanes and tornadoes. Physics Letters A, 373, 4201-

4205.” Оригинальный английский текст здесь:

<http://www.bioticregulation.ru/pubs/absn.php?ref=pla09b&lang=ru>

отбрасывая члены w^2 по сравнению с u^2 в (5). Учет члена dw^2/dr важен только в компактных смерчах с $L \leq h$. Как видно из (3), этот член приводит к уравнению, содержащему $(du/dr)^2$, т.е. нелинейному по первой производной.

Атмосферная циркуляция начинается на границе L . Это означает, что только внутри круга радиуса L происходит интенсивная конденсация водяного пара. Это определяет граничное условие $u^2(L) = 0$. Умножая обе части равенства (5) на $2/\rho$, переходя к безразмерным переменным и используя имеющиеся в задаче масштабы длины L и скорости u_m (1), получаем уравнения (4), (5) в форме нелинейного уравнения вида:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x} - \frac{1}{2y} \frac{dy}{dx} + y + c, \quad y \geq 0, \quad y(1) = 0, \quad (6)$$

$$y \equiv \frac{u^2}{u_m^2}, \quad x \equiv \frac{r}{L}, \quad c \equiv 2 \left(\frac{gz_T}{u_m^2} \right) \frac{L}{h}, \quad \Delta p \equiv \rho \frac{u_m^2}{2}. \quad (7)$$

Уравнение (6) можно переписать в виде:

$$\frac{dy}{dx} = \left(-\frac{1}{x} + y + c \right) \frac{2y}{2y+1}, \quad (8),$$

где последний нелинейный множитель в правой части является следствием второго члена в правой части (6). Как видно из (8), второй нелинейный член в правой части (6) существенен при $y \rightarrow 0$ и мал при $y > 0,5$. Отметим, что уравнение (6) имеет полюсной член x^{-1} , являющийся следствием уравнения неразрывности в центральной симметрии, см. (3) и (4), соответствует логарифмической расходимости решения в нуле $x \rightarrow 0$, которая сохраняется при любых значениях силы турбулентного трения, описываемых последними двумя членами (6). Эта расходимость снимается падением давления газа в точке $x = 0$ до нуля, т.е. исчезновением газа из этой точки.

3. Учет вращения Земли

Вращение Земли с угловой скоростью Ω приводит к тому, что массы воздуха при $r = L$ вращаются с угловой скоростью $\omega_L = \Omega \sin \vartheta$, $\Omega = 1,16 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$, где ϑ

Авторский перевод статьи “Makarieva A.M., Gorshkov V.G. (2009) Condensation-induced kinematics and dynamics of cyclones, hurricanes and tornadoes. Physics Letters A, 373, 4201-

4205.” Оригинальный английский текст здесь:

<http://www.bioticregulation.ru/pubs/absn.php?ref=pla09b&lang=ru>

— широтный угол, отсчитываемый от экватора, и тангенциальной скоростью $v_L = \omega_L L$. На воздушные массы действует дополнительная центробежная сила $f_c = \rho \frac{v^2}{r}$, где v — тангенциальная скорость, перпендикулярная радиусу r , в направлении от центра круга, рис. 1, и сила Кориолиса $f_k = 2\rho\omega v$, направленная перпендикулярно радиусу r . Сила аэродинамического турбулентного трения пропорциональна квадрату полной скорости $u^2 + v^2$, что соответствует добавлению к уравнению (5), (6) силы тангенциального турбулентного трения $f_a = c_D \rho v^2/h$, направленной, как и сила Кориолиса, перпендикулярно радиусу r .

Движение воздуха под действием центральных сил, направленных к центру круга, происходит при сохранении углового момента $r v(r) = L v_L$, где $v_L \equiv v(L) = \omega_L L$. Центробежная сила f_c при условии сохранения углового момента возникает при добавлении члена $\rho(dv^2/dr)/2$ в левую часть (5) (включающую производную от квадрата полной скорости $V^2 \equiv u^2 + v^2 + w^2$) с последующим переносом этого члена в правую часть. При условии сохранения углового момента силы f_c, f_a и f_k пропорциональны соответственно $f_c \sim v^2/r \sim r^{-3}, f_a \sim v^2 \sim r^{-2}, f_k \sim v \sim r^{-1}$, отношение $f_a/f_c \sim x, f_k/f_c \sim x^2$. Следовательно, при $x \ll 1$ нецентральные силы тангенциального турбулентного трения f_a и сила Кориолиса f_k малы в сравнении с центральной центробежной силой и, следовательно, угловой момент сохраняется с высокой точностью. Силы f_c, f_a и f_k после домножения на $2/\rho$ в безразмерных переменных (7), (8) принимают вид $2 \frac{a^2}{x^3}, \frac{a^2}{x^2}$ и $\sim \frac{a}{x}, a^2 \equiv \frac{v_L^2}{u_m^2}$, соответственно. Добавляя в правую часть (6) силу f_c и отбрасывая силы f_a и f_k , получаем:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x} \left(1 - 2 \frac{a^2}{x^2} \right) - \frac{1}{2y} \frac{dy}{dx} + y + c, \quad a \equiv \frac{v_L}{u_m} \ll 1, \quad (9)$$

$$y \geq 0, \quad y(1) = 0. \quad (10)$$

4. Решение уравнения (9) в полюсном приближении

Поведение функции $y \equiv \frac{u^2}{u_m^2}$ в (9) определяется первыми двумя полюсными

членами и последней константой c . Сохраняя полюсные члены и константу c в (10), получаем следующее уравнение и его решение:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x} \left(1 - 2 \frac{a^2}{x^2} \right) + c, \quad (11)$$

$$y(x) = -\ln x - a^2 \left(\frac{1}{x^2} - 1 \right) - c(1-x). \quad (12)$$

Используя соотношения (3) и (4) и определения (7), получаем:

$$u(x) = u_m \left\{ -\ln x - a^2 \left(\frac{1}{x^2} - 1 \right) - c(1-x) \right\}^{1/2}, \quad (13)$$

$$w(x) = \frac{h}{L} \frac{u(x)}{x}, \quad (14)$$

$$v(x) = \frac{v_L}{x}, \quad v_L \equiv v(1), \quad (15)$$

$$\frac{1}{\Delta p} \frac{dp}{dx} = \frac{1}{x}, \quad \frac{p(1) - p(x)}{\Delta p} = -\ln x, \quad (16)$$

$$x \equiv \frac{r}{L}, \quad a \equiv \frac{v_L}{u_m}, \quad v_L \equiv \omega_L L, \quad u_m^2 \equiv \frac{2\Delta p}{\rho}. \quad (17)$$

Графики функций (13)-(17) приведены на рис. 2.

5. Ветровая стена и глаз ураганов и смерчей

Сохранение углового момента приводит к увеличению тангенциальной скорости с уменьшением радиуса r . Физика полюсных членов заключается в равенстве приращения суммы кинетической энергии радиального du^2/dx и тангенциального dv^2/dx потоков воздуха и потери на сопротивление ($-c$) расходу потенциальной энергии газа (потенциальной энергии исчезновения водяного пара при конденсации) $dp/dx/\Delta p$.

Кинетическая энергия тангенциального потока воздуха увеличивается с уменьшением радиуса пропорционально r^{-3} , т.е. быстрее увеличения расхода потенциальной энергии при конденсации, пропорционального r^{-1} . Поэтому на определенном расстоянии, определяемом из решения (12), весь расход потенциальной энергии затрачивается на рост тангенциальной кинетической энергии, и скорость нарастания радиальной кинетической энергии обращается в ноль. Согласно (11) и (12) это расстояние $r_m = x_m L$ определяется равенством нулю производной y (11) при отрицательном значении второй производной y в этой точке и соответствует максимальному значению радиальной скорости u и энергии y (12). Полагая правую часть (11) равной нулю, получаем:

$$x_m = \sqrt{2} a. \quad (18)$$

Максимальные радиальная u и вертикальная w скорости и значение в тангенциальной скорости v в точке максимума x_m согласно (13)-(15) равны:

$$u_{\max}(x_m) = u_m \left\{ -\ln x_m - \frac{1}{2} - c \right\}, \quad x_m = r_m / L,$$
$$v(x_m) = \frac{v_L}{x_m} = \frac{u_m}{\sqrt{2}}, \quad (19)$$
$$w_{\max}(x_m) = \frac{h}{L} \frac{u(x_m)}{x_m}.$$

После достижения максимальных радиальной u и вертикальной w скоростей производная y (11) меняет знак, и эти скорости быстро падают, обращаясь в ноль при значении x_e , определяемом из уравнения (12):

$$-\ln x_e = \frac{a^2}{x_e^2} + c. \quad (20)$$

Значение x_e близко к x_m , и полюсное поведение функции y мало меняется в области $x \leq x_m$ при учете членов отклонения от полюсного приближения в уравнении (9). Максимальная тангенциальная скорость достигается в точке $x = x_e$ и равна согласно (16), (17):

$$v_{\max} = v(x_e) = u_m \frac{a}{x_e}, \quad a \equiv v_L / u_m. \quad (21)$$

Авторский перевод статьи “Makarieva A.M., Gorshkov V.G. (2009) Condensation-induced kinematics and dynamics of cyclones, hurricanes and tornadoes. Physics Letters A, 373, 4201-

4205.” Оригинальный английский текст здесь:

<http://www.bioticregulation.ru/pubs/absn.php?ref=pla09b&lang=ru>

Градиент давления от границы циркуляции L к ее центру нарастает пропорционально r^{-1} вплоть до радиуса r_e . Перепад давления вдоль линии тока до радиуса r_e равен:

$$p_L - p_e \equiv \Delta p_{\text{out}} = \Delta p \int_{x_e}^1 \frac{dx}{x} = \Delta p (-\ln x_e) > \Delta p. \quad (22)$$

В точке $x = x_e$ на поддержание тангенциальной скорости v_e сходящихся к центру от периферии воздушных масс затрачивается не только весь расход потенциальной энергии конденсации, но и, главным образом, расход всей накопившейся к точке x_m радиальной кинетической энергии. Дальнейшее увеличение кинетической энергии воздушных масс при движении к центру $x = 0$ становится невозможным. Точка $x = x_e$, $r = r_e$, представляет собой радиус глаза урагана и смерча. Движение воздушных масс и градиент давления воздуха внутри глаза не определяется конденсацией, потенциальная энергия которой оказывается полностью израсходованной при приближении к радиусу глаза r_e .

Внутри глаза при $r < r_e$ центробежная сила превосходит силу ускорения, действующую за счет конденсации водяного пара, полюсные члены сокращают друг друга, и главными членами становятся члены турбулентного трения. Под воздействием турбулентного трения воздушные массы внутри глаза начинают вращаться с максимальной угловой скоростью тангенциального вращения, $\omega_e = v_e/r_e$, достигнутой в точке x_e . В противоположность твердому телу во вращающемся газовом глазе нет центростремительных сил, уравнивающих центробежные силы. Поэтому воздух, включая облачность, в области глаза начинает выходить во внешнюю область атмосферной циркуляции $r > r_e$, затем в область $r > L$. При этом происходит дополнительное падение давления в глазе до тех пор, пока не образуется воронка и возникающая при этом сила градиента давления, направленная внутрь глаза, не скомпенсирует центробежную силу, что соответствует соотношению, см. (19), (20):

$$\frac{dp}{dr} = \rho \frac{v^2}{r} = \rho \omega_e^2 r, \quad p(r) = \frac{1}{2} \rho \omega_e^2 r^2, \quad \omega_e = \frac{v_e}{r_e}, \quad v = \omega_e r, \quad (23)$$

Авторский перевод статьи “Makarieva A.M., Gorshkov V.G. (2009) Condensation-induced kinematics and dynamics of cyclones, hurricanes and tornadoes. Physics Letters A, 373, 4201-

4205.” Оригинальный английский текст здесь:

<http://www.bioticregulation.ru/pubs/absn.php?ref=pla09b&lang=ru>

$$p_e - p_0 \equiv \Delta p_{in} = \rho \omega_e^2 \int_0^{r_e} r dr = \rho \frac{(\omega_e r_e)^2}{2} = \rho \frac{v_e^2}{2} = \Delta p \frac{a^2}{x_e^2} = \Delta p (-\ln x_e - c). \quad (24)$$

Сравнивая (22) и (24), видим, что перепады давления по радиусу от границы L до r_e и от r_e до $r = 0$ совпадают при $c = 0$ и существенно превосходят величину Δp (1), что имеет место для смерчей. Для ураганов при $c = 1$ величина Δp_{in} почти вдвое меньше величины Δp_{out} (22).

Глаз не имеет строго определенной границы, которая при точном решении (9) оказывается размытой от x_e до x_m с угловой скоростью вращения глаза, распределенной от $\omega_e = v_e/r_e$ до $\omega_m = v_m/r_m$.

Если проводить сшивание давления, определяемого функциями (16) и (23) в точке $x = x_m$, $\omega_m = v_m/r_m$, то мы получаем следующие значения для Δp_{out} и Δp_{in} :

$$\Delta p_{out} = -\Delta p \ln x_m, \quad \Delta p_{in} = \rho \frac{v_m^2}{2} = \frac{\Delta p}{2}, \quad x_m = \sqrt{2} a, \quad (25)$$

что меньше результата (22), (24), при этом $\Delta p_{tot} = \Delta p_{out} + \Delta p_{in} = 2,5 \Delta p$. (При $a \leq 0,1 \Delta p_{out} \geq 2\Delta p$, $\Delta p_{tot} \geq 2,5 \Delta p$).

6. Максимальные размеры радиально симметричной атмосферной циркуляции

Ускорение воздушных масс под действием образующейся силы градиента давления, возникающей при конденсации водяного пара, возможно только, если силы турбулентного трения малы и не могут скомпенсировать силы градиента давления [2]. Аэродинамическое турбулентное трение существенно при больших скоростях ветра только в линейных типах атмосферной циркуляции [2]. Центральная симметричная атмосферная циркуляция не зависит от аэродинамического турбулентного трения при любых скоростях ветра, см. разделы 3, 4. Поэтому турбулентное трение связано только с не зависящим от скорости ветра, но зависящим от радиуса L атмосферной циркуляции коэффициентом c (7). Согласно уравнениям (11), (12) критическим значением является $c = 1$. При $c < 1$ решения (11), удовлетворяющее (10), существуют. При

Авторский перевод статьи “Makarieva A.M., Gorshkov V.G. (2009) Condensation-induced kinematics and dynamics of cyclones, hurricanes and tornadoes. Physics Letters A, 373, 4201-

4205.” Оригинальный английский текст здесь:

<http://www.bioticregulation.ru/pubs/absn.php?ref=pla09b&lang=ru>

$c > 1$ решения не существует, т.е. турбулентное трение столь велико, что воздушные массы не могут ускоряться, и ветер не усиливается. Развитие центрально симметричной атмосферной циркуляции начинается с граничной области $x = 1, r = L$. Если в этой области производная меньше нуля, то $y = u^2/u_m^2$ становится отрицательной величиной при $x < 1$, что невозможно.

Условие $c = 1$ соответствует, согласно (7), равенству:

$$c_{\max} = 2 \left(\frac{gz_T}{u_m^2} \right) \frac{L_{\max}}{h} = 1, \quad \text{т.е. } L_{\max} = h \frac{1}{2} \frac{u_m^2}{gz_T}. \quad (26)$$

Для среднеглобальных значений при $p_{\text{H}_2\text{O}}/p = 0,02$, $\Gamma_{\text{H}_2\text{O}}/\Gamma = 0,18$ имеем при $u_m \approx 50$ м/с, $z_T \approx 0,2$ м и $h \approx 2,4$ км, $L_{\max} \approx 1500$ км. Таким образом, центрально симметричные виды атмосферной циркуляции (циклоны) не могут существовать с диаметром $2L$, превышающим $3 \cdot 10^3$ км, что согласуется с наблюдениями.

Оценим также основные характеристики величин (18)-(24), характеризующие ураганы и смерчи, полагая условием их развития неравенство $c \leq 1$, которое при задании остальных величин определяет параметр шероховатости z_T . Значения максимальных скоростей, полученных при $c = 1$, представляют собой минимальные их значения. Уменьшение $c < 1$ уменьшает турбулентное трение и увеличивает значения скоростей. Для $\gamma = p_{\text{H}_2\text{O}}/p = 0,05$ (температура 30°C), $\Gamma_{\text{H}_2\text{O}}/\Gamma = 0,25$ получаем согласно (1) $u_m = 76$ м/с. На широте $\vartheta = 30^\circ$ имеем $\omega_L = 0,6 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$. Основные величины в (18)-(24) определяются величиной $a \equiv v_L / u_m$. При абсолютном штиле $v_L = \omega_L L$ и равна $v_L \approx 3$ м/с для ураганов с $L = 500$ км. Однако большая часть ураганов и все смерчи зарождаются при среднеглобальном ветре, равном $\bar{v}_L = 7$ м/с [3]. Угловой момент при этом возникает за счет разницы в скоростях ветра на противоположных частях круга радиуса L . Поэтому все оценки проведем для $a \equiv \bar{v}_L / u_m = 0,1$ (20). Максимум радиального ветра $u(x)$ возникает при $x_m = \sqrt{2} a = 0,14$; тангенциальная скорость

Авторский перевод статьи “Makarieva A.M., Gorshkov V.G. (2009) Condensation-induced kinematics and dynamics of cyclones, hurricanes and tornadoes. Physics Letters A, 373, 4201-

4205.” Оригинальный английский текст здесь:

<http://www.bioticregulation.ru/pubs/absn.php?ref=pla09b&lang=ru>

$v(x_m) \equiv v_m = \frac{u_m}{\sqrt{2}} = 54$ м/с. Для ураганов при $c = 1$ ($z_T = 1,4$ м) имеем $u(x_m) = 35$

м/с, $w(x_m) = 1,2$ м/с, $x_e = 0,082$, $v_e = v_m \frac{x_m}{x_e} = 92$ м/с. Это минимальные скорости

возможных ураганов. При этом радиусы максимальной радиальной скорости r_m и глаза r_e при $L = 500$ км равны $r_m = Lx_m = 70$ км, $r_e = Lx_e = 41$ км. Перепады давления $\Delta p_{out} = 2,5\Delta p$, $\Delta p_{in} = 1,5\Delta p$, $\Delta p_{tot} = 4\Delta p$ при сшивании функций (22) и (24) в точке $x = x_e$ и $\Delta p_{out} = 2\Delta p$, $\Delta p_{in} = 0,5\Delta p$, $\Delta p_{tot} = 2,5\Delta p$ при сшивании функций (22) и (24) в точке $x = x_m$. При $c = 0,5$ ($z_T = 0,7$ м) соответственно получаем $x_e = 0,067$, $u_m(r_m) = 73$ м/с, $v_e = 112$ м/с, $r_e = 34$ км, $r_m = 70$ км. Все величины находятся в хорошем согласии с наблюдениями [4].

Для смерчей с $L \sim h$ вертикальная скорость w (3) может превосходить радиальную скорость u . Уравнения (6), (10) и (11) с отброшенным вкладом вертикальных скоростей не точны при $L \sim h$. Поэтому результаты, полученные для смерчей, справедливы при $L \geq 10h \geq 20$ км, что включает большую часть наблюдаемых смерчей. Полагая $L = 20$ км, что соответствует $c = 0,04 \ll 1$, $a = 0,1$, имеем: $x_m = 0,14$; $x_e = 0,060$; $u_{max}(x_m) = 111$ м/с; $w_{max}(x_m) = 95$ м/с; $v_{max} = v(x_e) = 127$ м/с; $r_m = 2,8$ км; $r_e = 1,2$ км; $\Delta p_{out} = \Delta p_{in} = 2,8 \Delta p$, $\Delta p_{tot} = 5,6\Delta p$, что согласуется с наблюдениями [5,6]. В условиях полного затишья $v_L = 0,12$ м/с; $a = 1,6 \cdot 10^{-3}$; $x_m = 2,2 \cdot 10^{-3}$; $x_e = 0,59 \cdot 10^{-3}$; $r_m = 32$ см; $r_e = 12$ см, все скорости достигают сверхзвуковых величин, а давление в глазу падает до нуля. Это естественно, так как при $v_L \rightarrow 0$ возникает сингулярная в центре циркуляция без вращения, рассмотренная в разделе 2.

Запас потенциальной энергии конденсации расходуется в круге диаметром $2L$ за время h/\bar{w} , где \bar{w} — средняя вертикальная скорость ветра для всего круга.

Запас потенциальной энергии в круге остается постоянным, если круг движется со скоростью U в направлении возрастающего градиента концентрации

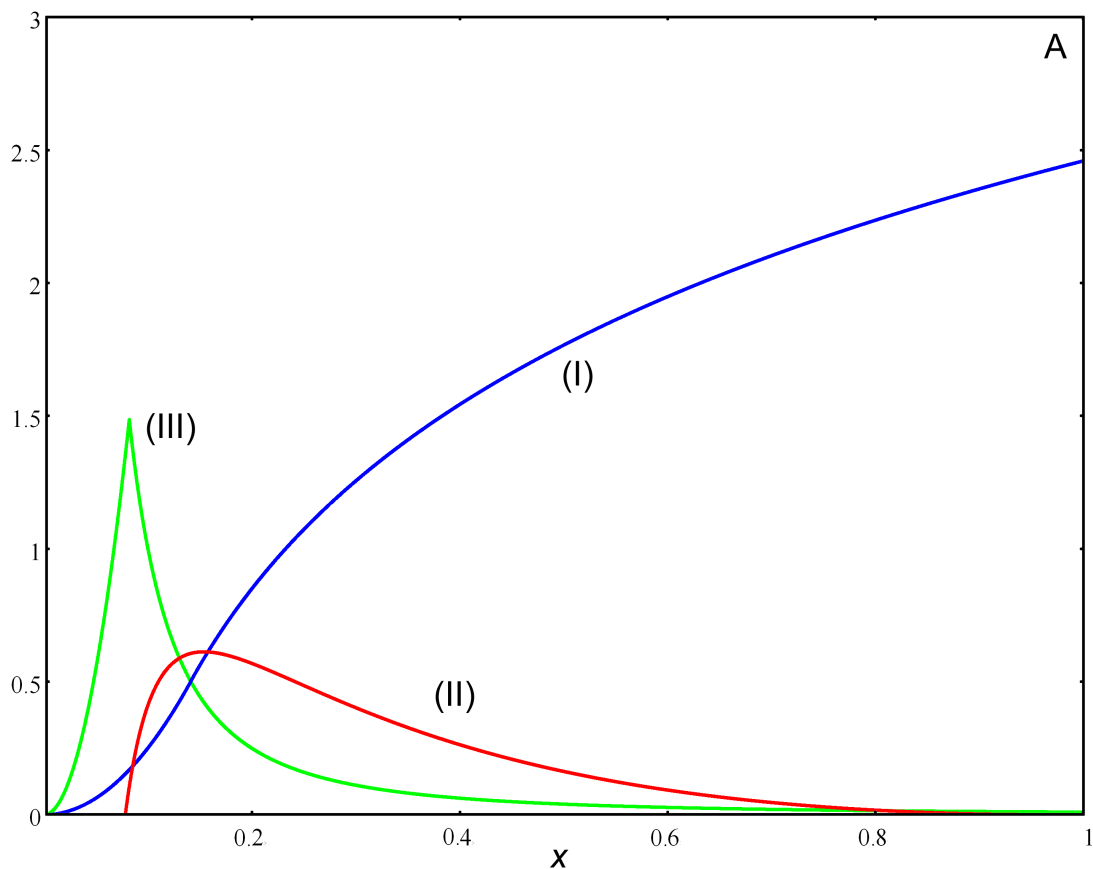
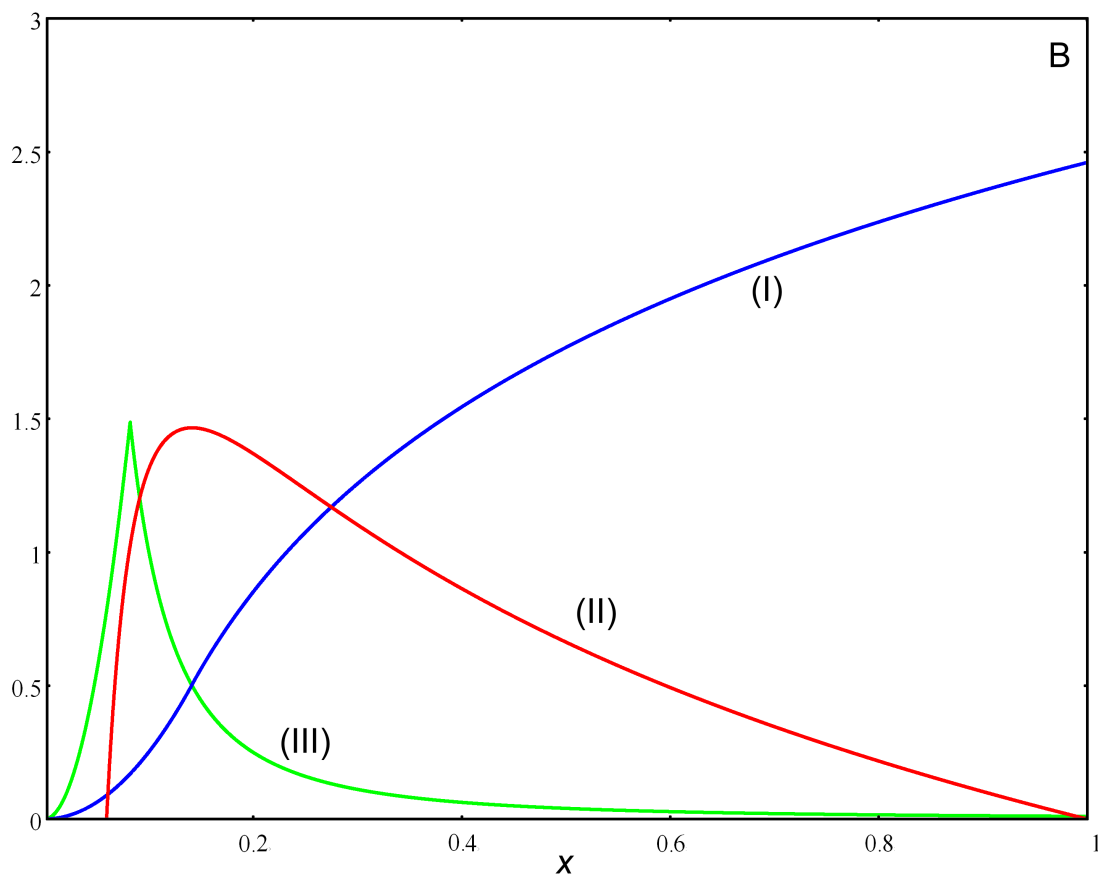
водяного пара, проходя диаметр $2L$ за время h/\bar{w} при равенстве $\frac{2L}{U} = \frac{h}{\bar{w}}$, т.е. U

Авторский перевод статьи “Makarieva A.M., Gorshkov V.G. (2009) Condensation-induced kinematics and dynamics of cyclones, hurricanes and tornadoes. Physics Letters A, 373, 4201-

4205.” Оригинальный английский текст здесь:

<http://www.bioticregulation.ru/pubs/absn.php?ref=pla09b&lang=ru>

$=2\bar{w}L/h$. Скорость \bar{w} может быть получена интегрированием по x в области основного пика $x \sim x_m, x_e$ при $\Delta x \sim a$, что дает оценку $\bar{w} \sim \frac{h}{2L} \bar{u}$, $\bar{u} \sim u_m a$, т.е. $U \sim u_m a \sim 7$ м/с, что совпадает с наблюдаемой скоростью движения ураганов. Для смерчей с $L \sim 10h$ имеем $U \sim \bar{u} \geq 100$ м/с.



Авторский перевод статьи “Makarieva A.M., Gorshkov V.G. (2009) Condensation-induced kinematics and dynamics of cyclones, hurricanes and tornadoes. Physics Letters A, 373, 4201-

4205.” Оригинальный английский текст здесь:

<http://www.bioticregulation.ru/pubs/absn.php?ref=pla09b&lang=ru>

Рис. 1. Профили перепада давления (I), кинетической энергии радиального (II) и тангенциального (III) потоков воздуха. Кинетическая энергия вертикального подъема мала, см. (19). Единицы измерения: горизонтальная ось $x = r/L$, r — расстояние от центра, L — радиус атмосферной циркуляции. Все величины по вертикальной оси отложены в единицах $\Delta p = 0,75 \gamma \rho = \rho \frac{u_m^2}{2}$, $\gamma = p_{\text{H}_2\text{O}}/p = 0,05$, $p = 10^5$ Па, $\rho = 1,3$ кг/м³, $u_m = 76$ м/с.

а. Ураганы максимальных размеров: $L = 500$ км, турбулентное сопротивление о поверхность $c = f_T/\Delta p = 1$, шероховатость $z_T = 1,4$ м.

б. Смерчи: $L = 20$ км, $c = 0$ ($z_T < 5$ см).